**MATEMATIKA Z RAČUNANIKOM – PROJEKTNA NALOGA:**

**OSNOVNE IDEJE:**

* Teorija grafov, barvanje, osnovne značilnosti, izračuni
  + Uporabnik bi lahko sam narisal graf oziroma izpolnil matriko, ki bi ga določala (število oglišč, povezave med njimi, usmerjen ali ne), program pa mu vrne barvanje grafa (oglišča, povezave), ravninskost, stopnjo grafa, število mostov, informacijo o ciklih, drevesu, najdaljši poti v grafu, ali je graf poln ali prazen, dvodelen ali ne, dodelil bi mu povezavni graf (krajišča nadomesti s povezavami, povezave pa so tam, kjer so se v prvotnem grafu povezave stikale),
  + Uporabnik lahko določi število povezav in število oglišč, program vrne število možnih grafov z izbranimi značilnostmi
  + Uporabnik si izbere dve oglišči grafa, program mu vrne najkrajšo in najdaljšo pot med njima
  + Reševal bi se lahko tudi problem trgovskega potnika, kjer bi uporabnik izbral eno oglišče, ki je začetek in konec potovanja, program pa bi mu vrnil točno določeno zaporedje oglišč, da pride do začetne točke v najkrajšem možnem času, lahko bi se dodale tudi uteži, da bi se najboljša pot izbirala glede na utež pri posamezni povezavi
  + Za vsako oglišče narisanega grafa lahko pogledamo njegove prednike in potomce
  + Uporabnik lahko v programu nastavi dva grafa, ta pa vrne ali sta izomorfna ali ne
  + Uporabnik si izmisli zaporedje, program pove ali je to zaporedje grafično ali ne (ali obstaja graf, ki ima stopnje vozlišč enake številom v tem zaporedju)
  + Program ugotovi ali obstaja eulerjev sprehod in ga tudi izpiše – torej ali se da graf narisati z eno samo potezo
  + Program lahko vrne najmanjše število potez, ki jih rabimo da graf narišemo

**TEORIJA GRAFOV:**

Definicija grafa: Graf je urejen par G=(V, E), kjer je V neprazna množica točk oziroma vozlišč, E pa množica povezav. Vsaka povezava je množica dveh različnih vozlišč.

Vsak graf lahko prikažemo z matriko sosednosti (npr. A), ki je kvadratna matrika (n x n) kjer je n število vozlišč grafa, elementi pa so (ai, aj)=0, če med vozliščema ai in aj ni direktne povezave in 1, če povezava (ai, aj) obstaja. Diagonalni elementi so vedno ničelni.

Druga možnost je tudi incidenčna matrika (npr. B) velikosti (n x m), kjer je n število vozlišč in m število povezav, kjer je vsak element bi,j =0 v primeru, da povezava ej ne vsebuje vozlišča vi in 1 sicer. Na diagonali so vrednosti vedno enake 1.

Glavne lastnosti grafov:

* Usmerjenost: poznamo usmerjene in neusmerjene grafe
* Stopnja vozlišča: stopnja vozlišča d(vi) je seštevek pripadajoče vrstice incidenčne matrike. Pri neusmerjenem grafu predstavlja število povezav, katerih vozlišče vi je eno od krajišč. V primeru usmerjenega grafa pa tako poznamo vhodno iz izhodno stopnjo, kjer je izhodna stopnja število povezav z začetkom v vi in vhodna število povezav s koncem v vi. Poznamo minimalno in maksimalno stopnjo grafa.
* Povezanost: graf je povezan, če je sestavljen le iz ene komponente, oziroma če se da po katerikoli poti priti iz vsakega vozlišča do vseh ostalih.
* Cikličnost: usmerjenim grafom določimo cikličnost tako, da preverimo če obstaja usmerjen cikel (usmerjena, sklenjena pot, ki je sestavljena iz vsaj treh povezav). V primeru acikličnosti imenujemo graf »DAG« (directed acyclic graph).

V primeru neusmerjenih grafov so ti ciklični, če obstajajo takšne sklenjene poti dolžine več kot 3. V tem primeru usmerjenost zanemarimo, cikli so lahko usmerjeni v eno ali drugo smer.

* Najdaljša razdalja v grafu: ali premer/diameter, je najdaljša med najkrajšimi potmi med vsakima dvema vozliščema v grafu. Če med dvema vozliščema grafa poti ni, pomeni da pripadata različnima komponentama grafa in da graf ni povezan.
* Najkrajša razdalja v grafu: ali polmer/radij, je najkrajša od omenjenih razdalj (najkrajših možnih poti med poljubnima dvema vozliščema grafa).
* Dvodelnost: graf je dvodelen, če lahko njegova vozlišča pobarvamo z dvema barvama (črna in bela) tako, da ima vsaka povezava raznobarvni krajišči. Graf je dvodelen natanko takrat, ko ne vsebuje nobenega cikla lihe dolžine.
* Polnost: graf je poln, če vsebuje vse možne povezave med točkami, oziroma če je vsaka od točk povezana z vsemi ostalimi.
* Uteženost: Graf je utežen, če vsaki od povezav dodamo tudi cene prehoda po njih, ki jih nato na primer uporabljamo pri reševanju problemov kot je TSP. Cene prikažemo s kvadratno cenovno matriko.

Preučevani problemi na grafu:

* PROBLEM TRGOVSKEGA POTNIKA: je problem, kjer vozlišča grafa predstavljajo mesta, povezave pa ceste med njimi. Trgovski potnik mora v enem obhodu obiti vsa mesta z najkrajšo možno potjo/stroški in se na koncu vrniti na začetno mesto, pri tem pa lahko vsako mesto obišče le enkrat. Povezavam grafa tako lahko dodamo cene, ki odločajo o optimalnosti obhoda. Cene shranimo v cenovno matriko (n x n), ki prikazuje cene potovanja med posameznima dvema mestoma. Problem rešujemo na polnem neusmerjenem grafu, na vsaki točki izberemo najcenejšo pot naprej do naslednje. V primeru usmerjenosti privzamemo, da so povezave v eno smer enako drage kot v drugo, obstajajo pa vse, zato lahko problem rešujemo kot pri neusmerjenem grafu. Če prvotni graf, na katerem rešujemo problem ni poln, mu dodamo manjkajoče povezave, ki jih ovrednotimo z zelo visokimi cenami, tako da pri končni rešitvi ne bodo imele vloge.
* RAVNINSKOST GRAFA: ravninski graf je v teoriji grafov graf, ki se ga lahko vloži v ravnino na način, da se nobeni dve povezavi med seboj ne sekata in ima vsak par povezav skupno točko le v krajiščih grafa. Pri ugotavljanju ravninskosti se vsak graf prevede na neusmerjenega oziroma se podatek o usmerjenosti zanemari, saj za rezultat ni pomemben.
* BARVANJE GRAFA: pravimo, da je graf k-obarvljiv, v primeru da obstaja preslikava c : V (G) → {1, . . . , k}, da je c(u) != c(v) za poljubni sosednji točki u in v grafa G. Z drugimi besedami, vsakemu od krajišč grafa priredimo eno od barv tako, da nobeni dve sosednji krajišči nista enako obarvani. Najmanjšemu številu barv, ki jih pri tem porabimo, pravimo kromatično število grafa. Pri naši aplikaciji bomo iskali ravno to vrednost. Velja več povezav med ravninskostjo in kromatičnim številom, in sicer je vsak ravninski graf 4-obarvljiv, vsak ravninski graf brez trikotnikov (ciklov dolžine 3) pa 3 obarvljiv.

**NAVODILA ZA UPORABNIKA:**

Uporabnik se na začetku mora odločiti o tem, ali bo pustil aplikaciji naj mu zgenerira graf, ali ga ima že sam v mislih. V primeru, da želi generiranje grafa, določi željeno število vozlišč in povezav ter usmerjenost grafa. Lahko si izbere tudi poln graf, kjer potrebujemo le število vozlišč in usmerjenost. V primeru, da ima graf že zamišljen, ga mora vnesti kot povezavno matriko. Pove nam tudi njegovo usmerjenost.

VIRI:

<http://pefprints.pef.uni-lj.si/1026/1/Diplomsko_delo_Kaja_Zupanc.pdf>

<https://www.fmf.uni-lj.si/~skreko/Gradiva/Barvanja_Grafov.pdf>